بنام خدا

جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

دفترچه سوالات به همراه پاسخنامه تشریحی
مرحله دوم
بیست و ششمین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۹۱

سوالات چند گزینه‌ای	مساله‌های تشریحی	مدت آزمون (دقیقه)
تعداد سوالات		
-	۸	۲۱۰

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

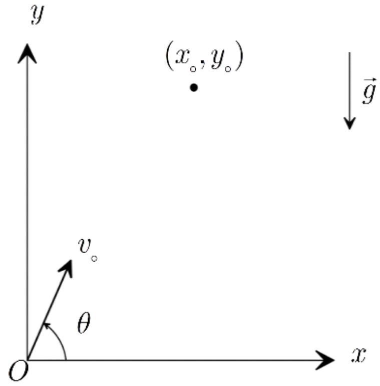
تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون شامل **۸ مسئله‌ی تشریحی** و وقت آن **۲۱۰ دقیقه** است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین‌حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز **نیست**.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- آماده‌سازی پاسخنامه‌ی این آزمون توسط **ایرانفو، مرجع المپیاد فیزیک ایران** انجام شده است.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سوالات این آزمون توسط **کمیته‌ی علمی ماخ** انجام شده است.

ایرانفو
مرجع المپیاد فیزیک ایران

۱- می‌خواهیم پرتابه‌ای را در لحظه‌ی $t=۰$ مطابق شکل ازنقطه O شلیک کنیم تا با هدفی که در لحظه‌ی $t=t_۰$ از نقطه‌ی $(x_۰,y_۰)$ بدون سرعت اولیه رها می‌شود برخورد کند. پرتابه با سرعت اولیه‌ی $v_۰$ در صفحه‌ی قائم تحت زاویه‌ی θ نسبت به سطح افق پرتاب می‌شود. $t_۰$ تواند مثبت یا منفی باشد. فرض کنید از مقاومت هوا صرفنظر می‌شود و $x_۰>۰, y_۰>۰$.



آ) معادلات مکان برحسب زمان پرتابه، $(x_t(t),y_t(t))$ و هدف، $(x_۰(t),y_p(t))$ را برحسب کمیت‌های معلوم بنویسید.

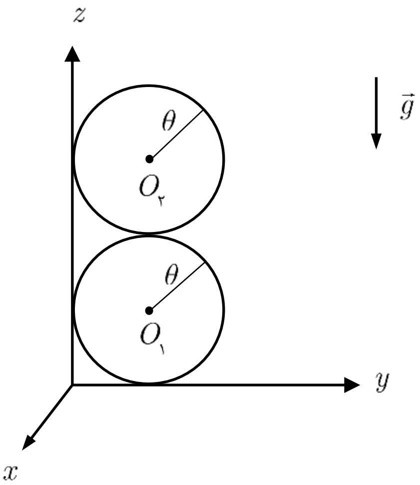
ب) $\tan\theta$ در چه محدوده‌ای باشد تا مسیر پرتابه و مسیر هدف یکدیگر را در بالای سطح افق قطع کنند. برای این که چنین محدوده‌ای وجود داشته باشد چه شرطی روی پارامترهای $y_۰, \mathrm{x}_۰, \mathrm{v}_۰$ و g لازم است؟

اکنون فرض کنید $x_۰=۵۰m$ ، $y_۰=۱۰۰m$ ، $v_۰=۵۰m/s$ و $g=۱۰m/s^۲$.

ج) برای این کار که پرتابه بتواند به هدف اصابت کند $t_۰$ مجاز است در چه بازه‌ای تغییر کند؟

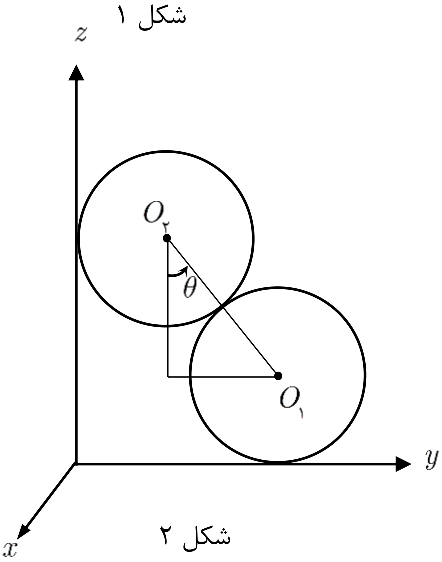
د) به ازای $t_۰=\sqrt{۱۰}s$، زاویه‌ی پرتاب θ را به دست آورید.

۲- دو استوانه‌ی یکسان هر یک به جرم M و به شعاع R مطابق شکل ۱ روی هم قرار گرفته‌اند. استوانه‌ی زیری روی صفحه‌ی x-y قرار گرفته است و هر دو استوانه از یک سمت به دیوار قائمی که صفحه‌ی y-z است تکیه داده‌اند. کلیه‌ی سطوح بدون اصطکاک هستند و هیچ غلتشی صورت نمی‌گیرد.



شکل ۱

شتاب گرانش درجهت $-z$ است. دستگاه در وضعیت شکل ۱ در تعادل ناپایدار است(سرعت دو استوانه صفر است) ولی با اندک لرزشی از این حالت خارج می‌شود. فرض کنید بعد از خارج شدن از حالت تعادل، انتهای دو استوانه در صفحه‌ی $t=۰$ واقع است و $O_۱$ و $O_۲$ محل محورهای دو استوانه در این صفحه و θ زاویه‌ی خط واصل بین $O_۱$ و $O_۲$ با امتداد قائم در لحظه‌ی دلخواهی باشد. شکل ۲ این وضعیت را نشان می‌دهد.



شکل ۲

آ)مختصات نقاط $O_۱$ و $O_۲$ را به ترتیب $(y_۱,z_۱)$ و $(y_۲,z_۲)$ می‌نامیم. این مختصات را برحسب R و θ بنویسید.

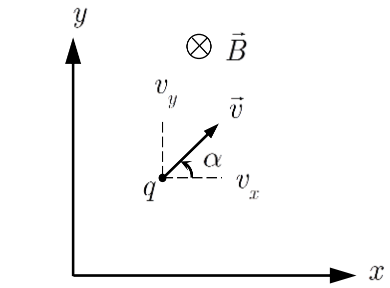
ب) نیروی سطح قائم بر استوانه‌ی بالایی را $N_۲$، نیروی بین دو استوانه را N و نیروی سطح افقی بر استوانه‌ی زیری را $N_۱$ بنامید. معادلات حرکت نیوتن را در وضعیت شکل ۲ در راستای y و z برای هر و استوانه بنویسید. رابطه‌ی بین شتاب افقی استوانه‌ی زیری، $a_۱$، و شتاب عمودی استوانه‌ی بالایی، $a_۲$، را برحسب g و θ به دست آورید.

ج) رابطه‌ی پایستگی انرژی مکانیکی را بنویسید و از روی آن $v_۱^۲+v_۲^۲$ را به صورت تابعی از θ و پارامترهای مسئله به دست آورید. $v_۱$ سرعت افقی استوانه‌ی زیری و $v_۲$ سرعت عمودی استوانه‌ی بالایی است.

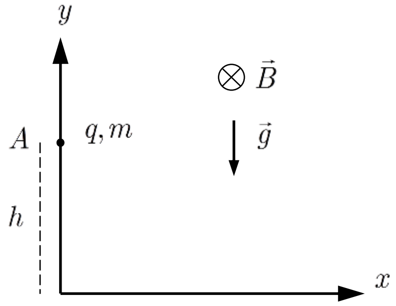
د) با استفاده از قید در تماس بودن دو استونه ضمن حرکت، رابطه‌ای بین $y_۱$ و $z_۲$ به دست آورید. با مشتق گیری از این رابطه، رابطه‌ی دیگری بین $y_۱, v_۲.v_۱$ و $z_۲$ به دست آورید. مجدداً از این رابطه نسبت به زمان مشتق بگیرید و با استفاده از نتیجه‌ی قسمت ج) رابطه‌ای بین شتاب‌های $a_۲, a_۱$ برحسب g و θ به دست آورید. نیروهای $N_۱(\theta)$ و $N_۲(\theta)$ را در وضعیتی که استوانه‌ها با هم در تماس هستند به دست آورید.

هـ) نمودار کمیت‌های $\frac{N_1(\theta)}{Mg}$ و $\frac{N_2(\theta)}{Mg}$ را برای $\frac{\pi}{2} < \theta < 0$ رسم کنید.

و) سرعت نهایی استوانه‌ی زیری و سرعت استوانه‌ی بالایی هنگام رسیدن به صفحه‌ی x-y را حساب کنید.



۳) آ) ذره‌ی با بار مثبت q در صفحه‌ی x-y با سرعت دلخواه $\vec{v} = (v_x, v_y)$ مطابق شکل حرکت می‌کند که $v_x = v\cos\alpha$ و $v_y = v\sin\alpha$. مطابق مغناطیسی ثابت $\vec{B}$ عمود بر صفحه‌ی شکل و رو بـه داخل است. مؤلفه‌های نیروی وارد بر ذره از یک طرف میدان مغناطیسی را برحسب v_x و v_y به دست آورید.



ب) ذره‌ای به جرم m و بار مثبت q مطابق شکل از نقطه‌ی A به مختصات $(0, h)$ در شتاب گرانش g از حالت سکون در لحظه $t=0$ رها می‌شود. میدان مغناطیسی ثابت B عمود بر صفحه شکل و به طرف داخل صفحه برقرار است. با نوشتن معادلات حرکت، dv_x / dt و dv_y / dt را برحسب v_x و v_y به دست آورید.

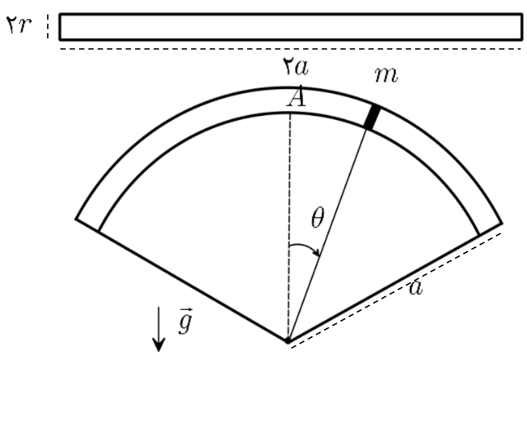
ج) با مشتق‌گیری مجدد از یکی از معادلات و استفاده از معادله‌ی دیگر معادله‌ای مشابه معادله‌ی حرکت نوسانگر هماهنگ برای یکی از مؤلفه‌ها به دست می‌آید. جواب کلی این معادله به صورت $A\sin(\omega t + \phi)$ است. ω را برحسب پارامترهای داده شده‌ی دستگاه به دست آورید. ثابت‌های A و ϕ را با توجه به سرعت اولیه‌ی ذره به دست آورید. عبارت‌های نهایی $v_x(t)$ و $v_y(t)$ را بنویسید.

د) مؤلفه‌های مکان ذره، $x(t)$ و $y(t)$ را چنان به دست آورید که مشتق زمانی آنها به ترتیب $v_x(t)$ و $v_y(t)$ و در لحظه‌ی $t=0$ شرایط اولیه‌ی مسئله را برآورده کنند.

هـ) شکل مسیر را در صفحه‌ی x-y رسم کنید و محل ذره را در لحظات $t_n = n\pi / \omega$ مشخص کنید.

و) برای حالتی که ذره در لحظه‌ی $t=0$ از همان نقطه با سرعت اولیه‌ی افقی v_0 در جهت مثبت محور x، پرتاب شود عبارت‌های نهایی سرعت ذره، یعنی $v_x(t)$ و $v_y(t)$ را به دست آورید و سپس قسمت‌های «د» و «ه» را حل کنید. معین کنید در چه شرایطی در شروع حرکت نیروی مغناطیسی بزرگ‌تر از نیروی گرانش است و در چه شرایطی وضعیت برعکس است. برای هر د و حالت شکل مسیر را رسم کنید و نقاط مربوط به لحظات t_n را مشخص کنید. فرض کنید $v_0 < \frac{2g}{\omega}$

۴- لوله‌ی توخالی به شعاع r و طول $2a$ از دو انتها بسته است و r خیلی از a کوچکتر است. لوله را مطابق شکل طوری خم می‌کنیم که محـور آن کمانی از دایره بـه شعاع a شود. ایـن لوله توسط پیستونی به جرم m به دو قسمت تقسیم می‌شود. پیستون می‌تواند آزادنه و بدون اصطکاک در طول لوله حرکت کند. زاویه‌ی θ از خط قائم OA سنجیده می‌شود. شتاب گرانش در امتداد OA و رو به پایین است.



وقتی پیستون در $=0$ حجم سمت راست و چپ با هم برابر است. n مول گاز در سمت راست لوله و n ملو گاز در سمت چپ لوله در دمای T وجود دارد. فرض کنید پیستون به اندازه‌ی زاویه‌ی θ از خط قائم به راست حرکت کند. حجم قسمتی از لوله که مقابل زاویه‌ی θ تقریباً $\pi r^2 a\theta$ است.

آ) نیروی کل وارد بر پیستون در امتداد عمود بر سطح آن را برحسب θ، n، m، g(شتاب گرانش)، a ، T و R (ثابت گازها)به دست آورید.

ب) در حالت تعادل رابطه‌ای به صورت $\sin\theta = k(\theta)$ به دست آورید.

ج) فرض کنید $T_c = \frac{mga}{2nR}$. در یک نمودار تابع‌های $sin\theta$ و $k(\theta)$ را در حالت $T > T_c$ رسم کنید.

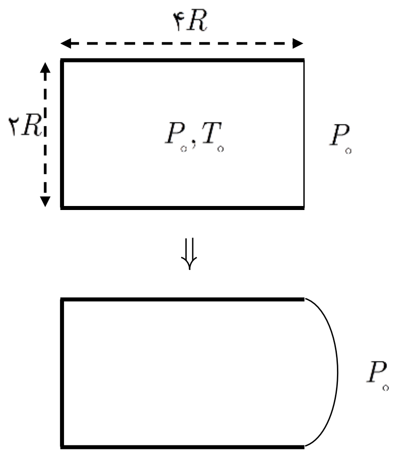
د) تابع‌های $sin\theta$ و $k(\theta)$ را مجدداً در یک نمودار برای حالت $T < T_c$ رسم کنید.

نقطه‌های تقاطع منحنی‌های $sin\theta$ و $k(\theta)$ زاویه‌هایی که پیستون در تعادل است نشان می‌دهد. اگر نیروی کل وارد بر پیستون در زاویه‌ی θ، $F(\theta)$ و یکی از نقاط تعادل $\theta = \theta_0$ باشد، آنگاه این نقطه تعادل پایدار است اگر $\frac{dF}{d\theta}\Big|_{\theta=\theta_0} < 0$ و تعادل ناپایدار است اگر $\frac{dF}{d\theta}\Big|_{\theta=\theta_0} > 0$.

هـ) در حالت $T > T_c$ منحنی‌های $\sin\theta$ و $k(\theta)$ در چند نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟ در این نقطه‌ها تعادل پایدار است یا ناپایدار؟

و) در حالت $T < T_c$ منحنی‌های $\sin\theta$ و $k(\theta)$ در چند نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟ در این نقطه‌ها تعادل پایدار است یا ناپدار؟

۵- یک انتهای استوانه‌ی تو خالی حاوی هوا به شعاع R و طول $4R$ مسدود و انتهای دیگر آن با لایه‌ی نازکی از یک مایع (مثل حباب صابون) بسته شده است.



فشار هوا بیرون P_0 است. در ابتدا که هوای داخل استوانه در تعادل با هوای بیرون است فشار و دمای هوا داخل P_0 و T_0 است و سطح لایه موازی سح قاعده‌ی استوانه است.
کشش سطحی لایه γ است. در این مسئله تغییرات دما چندان زیاد نیست به طوری که کشش سطحی را ثابت درنظر می‌گیریم. لطفاً به توضیح انتهای مسئله در مورد نیروی کشش سطحی توجه کنید.
به هوای داخل استوانه که آن را گاز ایده فرض می‌کنیم به آرامی گرما می‌دهیم، در نتیجه فشار هوای داخل بالا می‌رود و لایه منبسط می‌شود. این فرآیند را آنقدر ادامه می‌دهیم تا لایه به شکل نیمکره در آید. سپس فرآیند را متوقف می‌کنیم. در این حالت به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

آ) با در نظر گرفتن تعادل نیروهای وارد بر لایه، فشار هوای داخل استوانه را حساب کنید.

ب)دمای هوای داخل استوانه چقدر است؟

ج) کار انجام شده توسط هوای داخل استوانه روی لایه (که باعث افزایش انرژی پتانسیل کشش سطحی آن شده است) چقدر است؟

د) کار انجام شده توسط هوای داخل استوانه روی هوای بیرون چقدر است؟

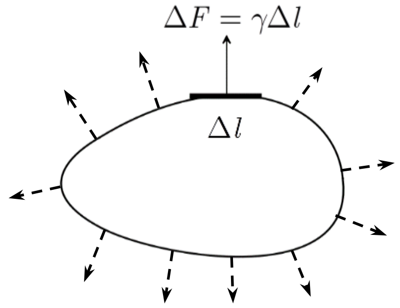
هـ) تغییر انرژی داخلی هوای داخل استوانه در این فرآیند چقدر است؟ ظرفیت گرمایی مولی هوا در حجم ثابت $\frac{5}{2}R$ است که R ثابت گازها است.

و) فرض کنید در این فرآیند گرمایی از طریق دیواره‌های استوانه ولایه به بیرون هدر نمی‌رود. گرمای داده شده به هوای داخل استوانه در این فرآیند چقدر است؟

توضیح:

کشش سطحی مایعات عاملی است که می‌خواهد سطح آزاد مایع را به حداقل برساند. اگر جزء کوچکی از مایع را در نظر بگیرید نیرویی که قسمت‌های مجاور این جزء به آن وارد می‌کنند مماس بر سطح آزاد و عمود بر مرزهای این جزء با قسمت‌های مجاور و به سمت خارج این جزء است. مقدار نیرو، ΔF، متناسب با طور مرز، Δl، است و ضریب تناسب که موسوم به کشش سطحی است با γ نمایش داده می‌شود و یکای آن نیوتن بر متر است. اگر مساحت سطح آزاد مایع به اندازه‌ی ΔA تغییر کند انرژی پتانسیل آن به اندازه $\gamma\Delta A$ تغییر می‌کند. لایه‌ی نازکی مانند حباب که در واقع دارای دو سطح است وقتی به اندازه‌ی ΔA تغییر می‌کند انرژی پتانسیل آن به اندازه‌ی $2\gamma\Delta A$ تغییر

می‌کند. همچنین برای چنین لایه‌ای $\Delta F = ۲\gamma\Delta l$. γ از اندازه‌ی سطح لایه مستقل است ولی به دما بستگی دارد.



۶- در شکل (۱) گرمای $Q = \alpha(T_{۱} - t_{۱})$ از منبع با دمای $T_{۱}$ به منبع با دمای $t_{۱}(< T_{۱})$ منتقل می‌شود که α ثابت و مثبت است. بین منبع $t_{۱}$ و منبع $T_{۲}(< t_{۱})$ یک ماشین کارنو کار می‌کند که در هر چرخه کار w را انجام می‌دهد.

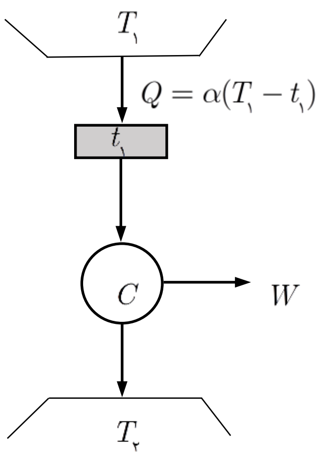
آ) w را حساب کنید.

ب) دمای $t_{۱}$ را چنان به دست آورید که w بیشینه باشد. بیشینه‌ی w را حساب کنید.

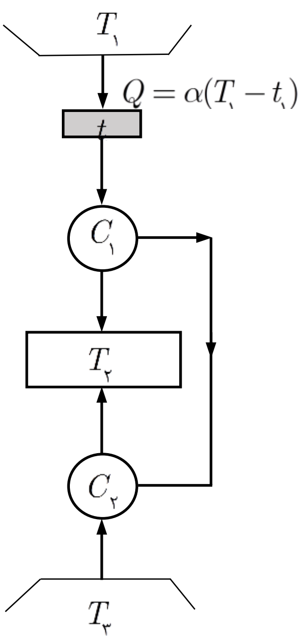
دستگاه شکل (۲) را در نظر بگیرید که در آن دمای منبع‌ها در نامساوی $T_{۳} < T_{۲} < t_{۱} < T_{۱}$ صدق می‌کند. در این دستگاه ماشین $C_{۱}$ و یخچال $C_{۲}$ با چرخه‌های کارنو کار می‌کنندو مدت زمان طی هرچرخه برای آنها یکسان است. ماشین $C_{۱}$ گرما را از منبع با دمای $t_{۱}$ می‌گیرد و بخشی از آن را به منبع $T_{۲}$ می‌دهد و کار w را تولید می‌کند که آن را به یخچال $C_{۲}$ می‌دهد. یخچال $C_{۲}$ نیز مقداری گرما از منبع سرد $T_{۳}$ می‌گیرد و مقداری گرما نیز به منبع $T_{۲}$ می‌دهد.

ج) گرمای کلی که به منبع $T_{۲}$ می‌رسد را حساب کنید.

د) دمای منبع $t_{۱}$ را چنان تعیین کنید که بیشینه‌ی گرما به منبع $T_{۲}$ داده شود. این گرمای بیشینه چقدر است؟



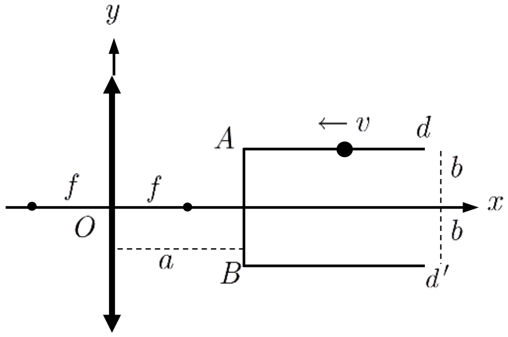
شکل (۱)



شکل (۲)

۷- ذره‌ای مطابق شکل در مسیر $dABd'$ از فاصله‌ی بسیار دور به یک عدسی همگرا نزدیک می‌شود و مجدداً از آن دور می‌شود. نیم‌خط‌های Ad و Bd' به فاصله‌ی یکسان b از محور عدسی هستند. پاره‌خط AB به فاصله‌ی a از عدسی است که از f، فاصله‌ی کانونی عدسی، بزرگتر است.

ذره در تمام مسیر با سرعت ثابت حرکت می‌کند که اندازه‌ی آن v است و در لحظه‌ی $t=۰$ در نقطه‌ی A قرار دارد. مبدأ مختصات، O ، را رأس عدسی و محور x را محور اصلی عدسی بگیرید.



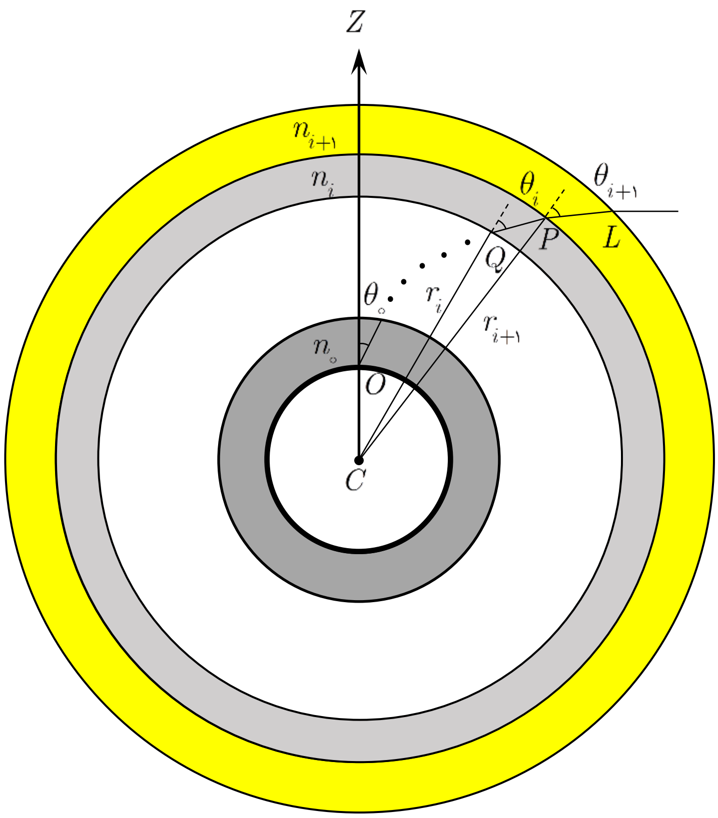
آ) ذره را یک نقطه نورانی به مختصات x و y بگیرید و x' و y' مختصات تصویر آن را بر حسب x، y و f به دست آورید.

ب) معادلات $x'(t)$ و $y'(t)$ را برحسب t، a، b و f در قسمت‌های مختلف مسیر به دست آورید.

ج) شکل مسیر تصویر ذره را در پاسخنامه رسم کنید و مختصات نقاط شکستگی مسیر و زمان مربوط به آنها را به دست آورید و در شکل مشخص کنید.

د) مؤلفه‌های سرعت لحظه‌ای تصویر ذره را بر حسب زمان و پارامترهای مسئله به دست آورید.

۸- جو زمین را شامل لایه‌های کروی بگیرید که از سطح زمین به بالا ضریب شکست‌شان کاهش می‌یابد تا این که در نهایت به خلاء می‌رسیم. در شکل C مرکز زمین و O ناظر روی زمین است و COZ جهت قائم در محل O را نشان می‌دهد. پرتو نوری از بیرون جو وارد جو شده و به ناظر O می‌رسد. فرض کنید دو لایه‌ی نازک مجاور دارای ضریب شکست n_i و $n_{i+۱}$ است. LP قسمتی از این پرتو در محیط $n_{i+۱}$ و PQ قسمت دیگری از این پرتو در محیط n_iاست. فاصله‌ی Q تا مرکز زمین r_i و فاصله‌ی P تا مرکز زمین $r_{i+۱}$ است.



آ) نسبت $\frac{\sin\theta_{i+۱}}{\sin\theta_i}$ را برحسب n_i، $n_{i+۱}$، r_i و $r_{i+۱}$به دست آورید.

ب) شعاع زمین را R و ارتفاع جو را h بگیرید. فرض کنید ضریب شکست جو در سطح زمین $n_۰$ است. پرتو نور ستاره‌ای در محل ناظر O تحت زاویه‌ی $\theta_۰$دریافت می‌شود. زاویه‌ی ورود آن به جو، θ_∞، چقدر است؟

«پاسخنامه‌ی تشریحی»

۱- ماخ آ)

$$x_p(t)=v_\circ \cos\theta\, t \quad , \quad y_p(t)=\frac{-۱}{۲}gt^۲+v_\circ \sin\theta\, t$$

$$x_t(t)=x_\circ \quad , \quad y_t(t)=y_\circ-\frac{۱}{۲}g(t-t_\circ)^۲$$

ب) در لحظه‌ی برخورد $x_t(t_۱)=x_p(t_۱)$، ودر نتیجه $t_۱=\frac{x_\circ}{v_\circ\cos\theta}$.

شرط این که برخورد پرتابه و هدف بالای سطح افق باشد این است که $\circ \le y_p(t_۱)\le y_\circ$

$$y_p(t_۱)\ge \circ \Rightarrow \frac{-۱}{۲}g\left(\frac{x_\circ}{v_\circ\cos\theta}\right)^۲+v_\circ\sin\theta\frac{x_\circ}{v_\circ\cos\theta}\ge\circ$$

$$(۱)\, tg^۲\theta-۲\frac{v_\circ^۲}{gv_\circ}tg\theta+۱\le\circ$$

اگر ریشه‌های این معادله را $\tan\theta_۱$ و $\tan\theta_۲$ بنامیم.

$$\tan\theta_۱=\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}-\sqrt{\left(\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}\right)^۲-۱} \quad , \quad \tan\theta_۲=\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}-\sqrt{\left(\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}\right)^۲-۱}$$

جواب نامعادله‌ی (۱) $\tan\theta_۱<\tan\theta<\tan\theta_۲$ است.

$$y_p(t_۱)\le y_\circ \Rightarrow \tan^۲\theta-۲\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}\tan\theta+۱+\frac{۲v_\circ^۲y_\circ}{gx_\circ}\ge\circ$$

اگر ریشه‌های این معادله را $\tan\theta_۳$ و $\tan\theta_۴$ بنامیم.

$$\tan\theta_۳=\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}-\sqrt{\left(\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}\right)^۲-\frac{۲v_\circ^۲}{gx_\circ}\frac{y_\circ}{x_\circ}-۱} \; , \; \tan\theta_۴=\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}+\sqrt{\left(\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}\right)^۲-\frac{۲v_\circ^۲}{gx_\circ}\frac{y_\circ}{x_\circ}-۱}$$

جواب نامعادله‌های (۲) $\tan\theta<\tan\theta_۳$ و $\tan\theta>\tan\theta_۴$ است.

جواب‌ها به ترتیب بزرگی به این صورت اند.

اشتراک این جواب‌ها، یعنی جواب قسمت ب) عبارتند از:

$$\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}-\sqrt{\left(\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}\right)^۲-۱}<\tan\theta<\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}-\sqrt{\left(\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}\right)^۲-\frac{۲v_\circ^۲}{gx_\circ}\frac{y_\circ}{x_\circ}-۱}$$

$$\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}+\sqrt{\left(\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}\right)^۲-\frac{۲v_\circ^۲}{gx_\circ}\frac{y_\circ}{x_\circ}-۱}<\tan\theta<\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}+\sqrt{\left(\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}\right)^۲-۱}$$

شرط وجود این محدوده‌ها مادامی که زیر رادیکال شامل $y_\circ$ منفی نشود این است که $\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}\ge ۱$. وقتی زیر رادیکال شامل $y_\circ$ منفی شود یعنی

$\left(\frac{v_\circ^۲}{gx_\circ}\right)^۲-\frac{۲v_\circ}{gx_\circ}\frac{y_\circ}{x_\circ}-۱<\circ$ نامعادله‌ی (۲) برقرار است.($y_p(t_۱)\le y_\circ$ حتماً برقرار است). در این وضعیت فقط باید $y_p(t_۱)\ge\circ$ یعنی

$\frac{v_\circ^2}{gx_\circ}-\sqrt{(\frac{v_\circ^2}{gx_\circ})^2-1}\leq \tan\theta \leq \frac{v_\circ^2}{gx_\circ}+\sqrt{(\frac{v_\circ^2}{gx_\circ})^2-1}$ که باز هم باید $\frac{v_\circ^2}{gx_\circ}\geq 1$.

به ازای $x_\circ = 50m$، $y_\circ = 100m$، $v_\circ = 50m/s$ و $g = 10m/s^2$:

$$\tan\theta_1 = 5-2\sqrt{6}, \tan\theta_2 = 5+2\sqrt{6}, \tan\theta_3 = 3, \tan\theta_4 = 7$$

ج) در هنگام برخورد $y_p(t_1) = y_t(t_1)$ که $t_1 = \frac{x_\circ}{v_\circ \cos\theta}$. در نتیجه

$\sin\theta = (\frac{y_\circ}{x_\circ}-\frac{1}{2}\frac{gt_\circ}{x_\circ})^2\cos\theta + \frac{gt_\circ}{v_\circ}$ که به ازای پارامترهای داده شده خواهد شد:

$$\sin\theta = (2-0/1t_\circ^2)\cos\theta + 0.2t_\circ \Rightarrow t_\circ^2 - \frac{2}{\cos\theta}t_\circ + 10(\tan\theta - 2) = 0$$

از آنجا که باید $t_1 > t_\circ$ باشد جواب قابل قبول $t_\circ = \frac{1}{\cos\theta} - \sqrt{(\tan\theta-3)(\tan\theta-7)}$ است. بنابراین:

$$t_\circ\Big|_{\theta_\circ} = \sqrt{10}s \quad , \quad t_\circ\Big|_{\theta_4} = \sqrt{50}s$$
$$t_\circ\Big|_{\theta_1} = -(\sqrt{80}-\sqrt{30})s \quad , \quad t_\circ\Big|_{\theta_2} = \sqrt{30}s$$

و در نتیجه $-(\sqrt{80}-\sqrt{30})s \leq t_\circ \leq \sqrt{10}s$ برای $5-2\sqrt{6}\leq \tan\theta \leq 3$ و $\sqrt{} \leq t_\circ \leq \sqrt{3}\,s$ برای $7 \leq \tan\theta \leq 5+2\sqrt{6}$.

د) به ازای $t_\circ = \sqrt{10}s$ از $\sqrt{10}\ \frac{1}{\cos\theta} - \sqrt{(\tan\theta-3)(\tan\theta-7)}$

$$\sqrt{10} = \sqrt{1+\tan^2\theta} - \sqrt{(\tan\theta-3)(\tan\theta-7)} \Rightarrow \tan\theta = 3 \Rightarrow \theta = Arctg3$$

یا

$$\theta = \frac{\pi}{6} + Arc\sin\frac{1}{\sqrt{5}}$$

۲) ماخ آ)

$$(1) y_1 = R + ?R\sin\theta, ? = R \qquad y_2 = R, ? = R + 2R\cos\theta$$

ب)

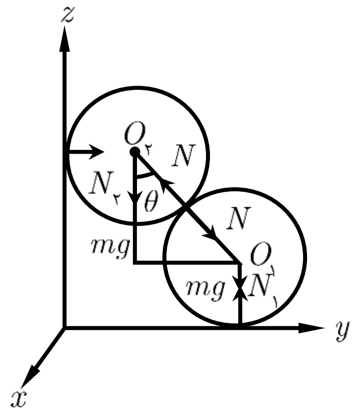
$$\begin{cases} N\sin\theta = Ma_1 \\ N_1 - Mg - N\cos\theta = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -Mg + N\cos\theta = Ma_2 \\ N_2 - N\sin\theta = 0 \end{cases}$$

از دو معادله‌ی شامل a_1, a_2:

$$(2)\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{a_1}{a_2+g}$$

ج) اگر مبدأ پتانسیل گرانشی را صفحه‌ی x-y بگیریم

$$0 + MgR + Mg(3R) = \frac{1}{2}MV_1^2 + \frac{1}{2}MV_2^2 + MgR + Mg(R+2R\cos\theta)$$
$$(3) V_1^2 + V_2^2 = 4gR(1-\cos\theta)$$



د)

$$(y_۱-R)^۲+(?\_R)^۲=۴R^۲$$

با مشتق‌گیری نسبت به زمان: $V_۱(y_۱-R)+V_۲(?-\mathrm{R})=۰$

با مشتق گیری مجدد نسبت به زمان: $(۴)V_۱^۲+V_۲^۲+\mathrm{a}_۱(y_۱-R)+a_۲(?-\mathrm{R})=۰$

از قرار دادن معادلات (۱) و (۳) در معادله‌ی(۴):

$$(۵)a_۱\ \sin\theta+a_۲\cos\theta+۲g(۱-\cos\theta)=۰$$

از معادله‌ی (۲) و (۵):

$$a_۱=(۳\cos\theta-۲)g\sin\theta \qquad , \qquad a_۲=(۳\cos^۲\theta-۲\cos\theta-۱)g$$

از قسمت ب):

$$N_۲=Ma_۱\Rightarrow \mathrm{N}_۲(\theta)=\mathrm{Mg}\sin\theta\,(۳\cos\theta-۲)$$

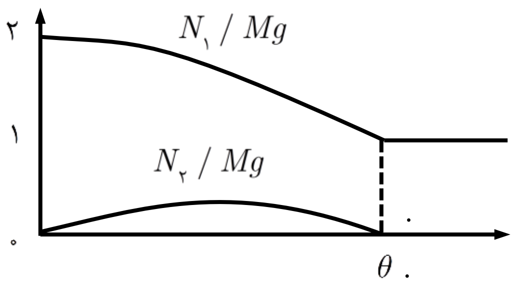
$$N_۱=Ma_۲+۲\,\mathrm{Mg}\Rightarrow \mathrm{N}_۱(\theta)=\mathrm{Mg}(۳\cos^۲\theta-۲\cos\theta+۱)$$

هـ)

$N=Ma_۱/\sin\theta$ ، $\mathrm{N}=\mathrm{Mg}\,(۳\cos\theta-۲)$. به ازای $\cos\theta_۰=\frac{۲}{۳}$ تماس دو استوانه قطع می‌شود.

$$\mathrm{N}_۱=\begin{cases}\mathrm{Mg}(۳\cos^۲\theta-۲\cos\theta+۱) & \theta<\theta_۰\\ Mg & \theta>\theta_۰\end{cases}$$

$$\mathrm{N}_۲=\begin{cases}\mathrm{Mg}\sin\theta(۳\cos\theta-۲) & \theta<\theta_۰\\ ۰ & \theta>\theta_۰\end{cases}$$



و) ابتدا سرعت‌های $v_۲, v_۱$ را به ازای $\theta=\theta_۰$ به دست می‌آوریم:

$$V_1^2\Big|_{\theta=\theta_\circ} = 4gR(1-\cos\theta_\circ)\cos^2\theta_\circ \Rightarrow V_1(\theta_\circ) = \sqrt{\frac{16}{27}gr}$$

$$V_2 = -V_1\tan\theta \Rightarrow V_2(\theta_\circ) = -V_1(\theta_\circ)tg\theta_\circ = -\sqrt{\frac{20}{27}gR}$$

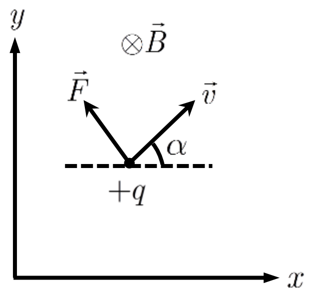
اگر V_{2f} سرعت استوانه‌ی بالایی هنگام رسیدن به صفحه‌ی x-y باشد

$$V_{2f}^2 - V_2^2(\theta_\circ) = -2g(R - ?(\theta_\circ))$$

$$V_{2f}^2 = V_2^2(\theta_\circ) + 2g(2R - \cos\theta_\circ) \Rightarrow \mathrm{V}_{2f} = -\sqrt{\frac{92}{27}gR}$$

پس سرعت نهایی استوانه‌ی زیری $\sqrt{\frac{92}{27}gR}$ و سرعت استوانه‌ی بالایی هنگام رسیدن به صفحه‌ی x-y، $-\sqrt{\frac{92}{27}gR}$ است.

۳- ماخ آ)



$$F = qVB$$

$$F_x = -F\sin\alpha = -qBV\sin\alpha = -qBv_y$$
$$F_y = F\cos\alpha = qBV\cos\alpha = qBv_x$$

ب)

$$F_x = m\frac{dv_x}{dt} \Rightarrow \frac{dv_x}{dt} = \frac{-qB}{m}v_y$$

$$F_y = m\frac{dv_y}{dt} \Rightarrow \frac{dv_y}{dt} = \frac{qB}{m}v_x - g$$

ج)

$$\frac{d^2v_y}{dt^2} = \frac{qB}{m}\frac{dv_x}{dt} = \circ$$

با قرار دادن معادله‌ی اول قسمت (ب) در معادله‌ی اخیر

$$\frac{d^2v_y}{dt^2} = -(\frac{qB}{m})^2 v_y$$

اگر ω را به صورت $\omega = \frac{qB}{m}$ تعریف کنیم:

$$\frac{d^2v_y}{dt^2} + \omega^2 v_y = \circ \Rightarrow v_y = A\sin(\omega t + \phi)$$

یکای ω عکس زمان است اما $[\omega] = \frac{[qB]}{m}$

$$F = qVB$$

$$[qB] = \frac{MLT^{-2}}{LT^{-1}} = MT^{-1}$$

$$[\omega] = \frac{MT^{-1}}{M} = T^{-1}$$

از معادله‌ی دوم قسمت ب $v_x = g/\omega + A\cos(\omega t + \phi)$ در $t=0$ سرعت اولیه‌ی ذره صفر است یعنی

$$v_x(t=0)=0 \qquad A\cos\phi + g/\omega = 0$$
$$v_y(t=0)=0 \;\Rightarrow A\sin\phi = 0 \qquad \Rightarrow \phi = 0, A = -g/\omega$$

بنابراین

$$v_x(t) = \frac{g}{\omega}(1-\cos\omega t) \quad , \quad v_x(t) = -\frac{g}{\omega}\sin\omega t$$

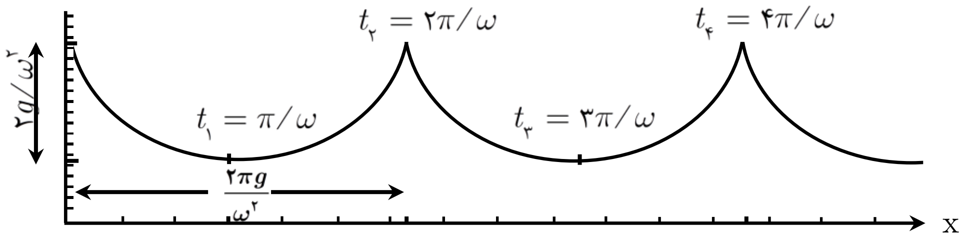
د)

$$x(t) = \frac{g}{\omega}t - \frac{g}{\omega^2}\sin\omega t + x_0 \quad , \quad y(t) = \frac{g}{\omega^2}\cos\omega t + y_0$$

در $t=0$: $y(0)=h, x(0)=0$ بنابراین $x_0 = 0, y_0 = h - g/\omega^2$

$$x(t) = \frac{g}{\omega}t - \frac{g}{\omega^2}\sin\omega t \quad , \quad y(t) = h - \frac{g}{\omega^2}(1-\cos\omega t)$$

هـ)



و) داریم $\begin{cases} v_x = \frac{g}{\omega} + A\cos(\omega t + \phi) \\ v_y = A\sin(\omega t + \phi) \end{cases}$ و در $t=0$ $\begin{cases} v_x(0) = v_0 \\ v_y(0) = 0 \end{cases}$

بنابراین $\begin{cases} \phi = 0 \\ A = v_0 - g/\omega \end{cases}$

$$v_x(t) = \frac{g}{\omega} + (v_0 - \frac{g}{\omega})\cos\omega t \quad , \quad v_y(t) = (v_0 - \frac{g}{\omega})\sin\omega t$$

داریم:

$$x(t) = \frac{g}{\omega}t + (\frac{v_0}{\omega} - \frac{g}{\omega^2})\sin\omega t + x_0$$

$$y(t)=-(\frac{v_\circ}{\omega}-\frac{g}{\omega^۲})\cos\omega t+y_\circ$$

ودر نتیجه $t=۰$: $\begin{cases}x(\circ)=\circ\\ y(\circ)=h\end{cases}$ و در نتیجه $\begin{cases}x_\circ=\circ\\ y_\circ=h+(\frac{v_\circ}{\omega}-\frac{g}{\omega^۲})\end{cases}$

سرانجام

$$x(t)=\frac{g}{\omega}t+(\frac{v_\circ}{\omega}-\frac{g}{\omega^۲})\sin\omega t$$

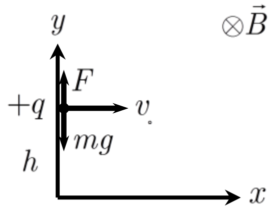
$$y(t)=h+(\frac{v_\circ}{\omega}-\frac{g}{\omega^۲})(۱-\cos\omega t)$$

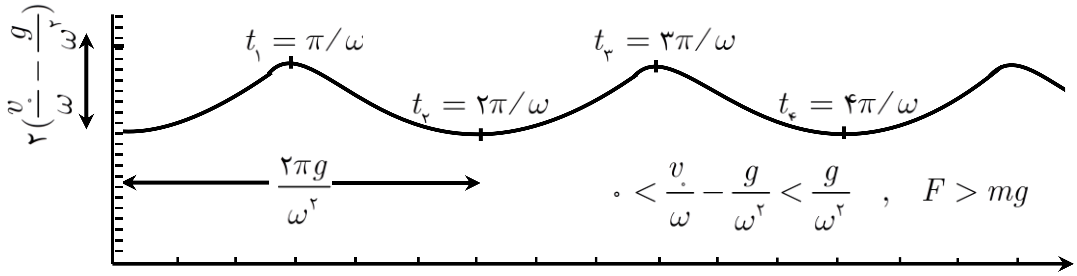
$$F=qV_\circ B$$

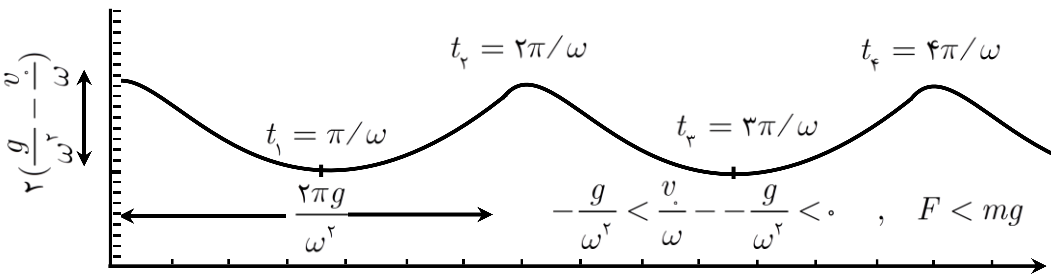
$$\frac{g}{\omega}<V_\circ<\frac{۲g}{\omega}\Leftarrow F>mg$$

$$\circ<V_\circ<\frac{g}{\omega}\Leftarrow F<mg$$

$$\circ<\frac{V_\circ}{\omega}<-\frac{g}{\omega^۲}<\frac{g}{\omega^۲},F>mg$$







۴- آ) اگر وضعیت θ فشار گاز سمت راست وچپ به ترتیب $P_۱$ و $P_۲$ باشد و در وضعیت $\theta=۰$ فشار گاز دو طرف $P_\circ$ باشد، در دمای ثابت

قانون بویل برای گاز سمت چپ: $P_\circ(\pi r^۲)(۱)a=P_۲(\pi r^۲)(۱+\theta)a$

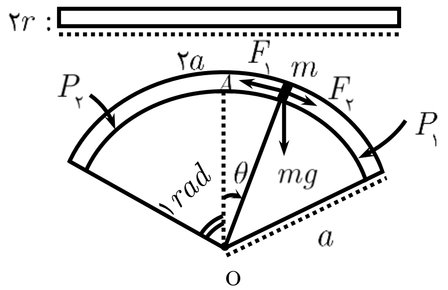
قانون بویل برای گاز سمت راست: $P_\circ(\pi r^۲)(۱)a=P_۱(\pi r^۲)(۱-\theta)a$

که $P_\circ(\pi r^۲)(۱)a=nRT$

بنابراین $P_۲=\frac{nRT}{\pi r^۲ a(۱+\theta)}\quad,\quad P_۱=\frac{nRT}{\pi r^۲ a(۱-\theta)}$

$$F_1 = \pi r^2 P_1 \frac{nRT}{a(1-\theta)}$$

$$F_2 = \pi r^2 P_2 = \frac{nRT}{a(1+\theta)}$$



نیروی کل عمود بر سطح استوانه

$F = \dfrac{-2\pi RT}{a}\dfrac{\theta}{1-\theta^2} + mg\sin\theta$ است.

ب) در حالت تعادل $F=0$ است و : $\sin\theta = \dfrac{2nRT}{mga}\dfrac{\theta}{1-\theta^2}$

که

$$k(\theta) = \frac{2nRT}{mga}\frac{\theta}{1-\theta^2}$$

ج)

$T > T_c$ که $\sin\theta = \dfrac{T}{T_c}\dfrac{\theta}{1-\theta^2}$

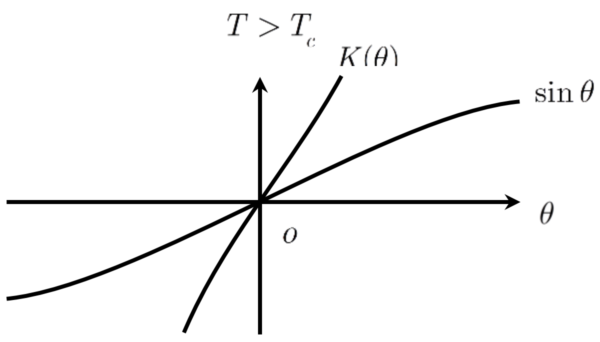
د)

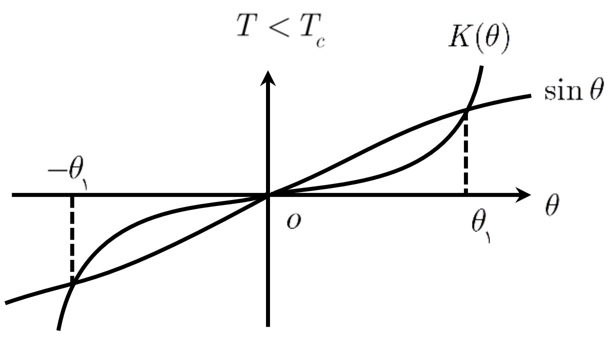
$T < T_c$ که $\sin\theta = \dfrac{T}{T_c}\dfrac{\theta}{1-\theta^2}$

$$\frac{d\sin\theta}{d\theta}\Big|_{\theta=0} = 1 \text{ و } \frac{dk(\theta)}{d\theta}\Big|_{\theta=0} = \frac{T}{T_c} \text{ و } \frac{dk(\theta)}{d\theta} = \frac{T}{T_c}\frac{1+\theta^2}{(1-\theta^2)^2} > 0$$

در حالت ج) شیب $k(\theta)$ در $\theta=0$ از شیب $\sin\theta$ در $\theta=0$ بیشتر و

در حالت د) شیب $k(\theta)$ در $\theta=0$ از شیب $\sin\theta$ در $\theta=0$ کمتر است.





هـ) در یک نقطه قطع می‌کند. $\theta_0 = 0$.

$$\frac{dF}{d\theta}\Big|_{\theta_0=0} = mg\cos\theta - \frac{2nRT}{a}\frac{1+\theta^2}{(1-\theta^2)^2}\Big|_{\theta_0=0} = mg - \frac{2nRT}{a} = mg\left(1-\frac{T}{T_c}\right)$$

از آنجا که $T>T_c$ است پس $\frac{dF}{d\theta}\Big|_{\theta_\circ=0}<0$ و $\theta_\circ=0$ تعادل پایدار است.

و) در سه نقطه قطع می‌کند $\theta_\circ=0$ و $\theta_\circ=\pm\theta_1$

$F=0 \Rightarrow -mg\frac{T}{T_c}\frac{\theta}{1-\theta_2}+mg\sin\theta=0 \Rightarrow \frac{T}{T_c}\sin\theta_\circ\frac{1-\theta_\circ^2}{\theta_\circ}$ که $T<T_c$ است.

به ازای $\theta_\circ=0$ $\frac{dF}{d\theta}\Big|_{\theta_\circ=0}=mg(1-\frac{T}{T_c})>0$

به ازای $\theta_\circ=\theta_1$ $\frac{dF}{d\theta}\Big|_{\theta_\circ=\theta_1}=mg\cos\theta_1-\frac{2\pi RT}{a}\frac{1+\theta_1^2}{(1-\theta_1^2)^2}$

$$=mg(\cos\theta_1-\frac{T}{T_c}\frac{1+\theta_1^2}{(1-\theta_1^2)^2})$$

$$=mg(\cos\theta_1-\sin\theta_1\frac{1-\theta_1^2}{\theta_1}\frac{1+\theta_1^2}{(1-\theta_1^2)^2})$$

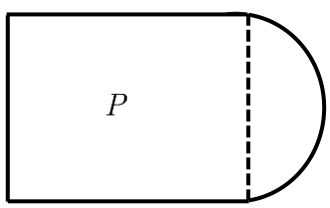
$$=mg\cos\theta_1(1-\frac{tg\theta_1}{\theta_1}\frac{1+\theta_1^2}{1-\theta_1^2})$$

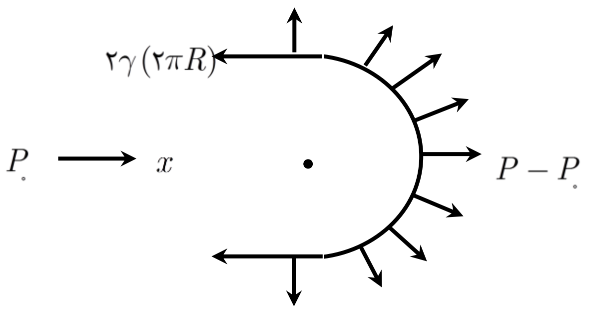
اما $-1rad<\theta_1<1rad$ بنابراین $\frac{1+\theta_1^2}{1-\theta_1^2}>1$ و $\frac{tg\theta_1}{\theta_1}>1$ پس $\frac{dF}{d\theta}\Big|_{\theta_\circ=\theta_1}<0$

پس به ازای $T<T_c$، $\theta_\circ=0$ نقطه‌ی تعادل ناپایدار و

$\theta_\circ=\pm\theta_1$ نقطه‌ی تعادل پایدار است.

۵- ماخ





آ) نیروی ناشی از فشار بر پوسته‌ی نیمکره‌ای شکل در هر نقطه عمود بر سطح نیمکره است. برآیند این نیروهای جزئی برابر است با برآیند تصویر این نیروهای جزئی در جهت x، یعنی $(P-P_\circ)\pi R^2$. در حالت تعادل: $2\gamma(2\pi R)=(P-P_\circ)\pi R^2$ و لذا

$$P=P_\circ+\frac{4\gamma}{R}$$

ب)

$$\frac{P_\circ V_\circ}{T_\circ}=\frac{PV}{T}$$

$$T = T_{\circ}\frac{(P_{\circ}+\frac{۴\gamma}{R})(\pi R^{۲}\times ۴R+\frac{۲}{۳}\pi R^{۳})}{P_{\circ}(\pi R^{۲}\times ۴R)}$$

$$T = \frac{T}{۶}(۱+\frac{۴\gamma}{P_{\circ}R})T_{\circ}$$

ج)

$$z\gamma\Delta A = ۲\gamma(۲\pi R^{۲}-\pi R^{۲}) = ۲\gamma\pi R^{۲}$$

د)

$$P_{\circ}\Delta V = P_{\circ}\frac{۲}{۳}\pi R^{۳}$$

$$\Delta U = \frac{۵}{۲}nR\Delta T$$

هـ)

$$= \frac{۵}{۲}(\frac{P_{\circ}V_{\circ}}{T_{\circ}})(\mathrm{T}-\mathrm{T}_{\circ})$$

$$\Delta U = ۱۰\pi R^{۳}P_{\circ}(\frac{۱}{۶}+\frac{۱۴\gamma}{۳P_{\circ}R})$$

و)

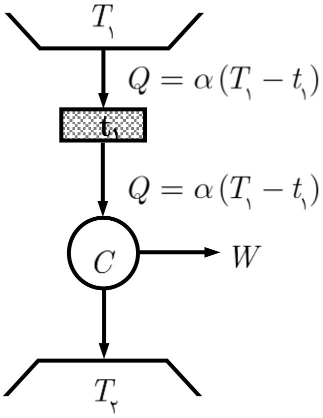
$$\Delta U = Q + w \Rightarrow Q = \Delta U - w$$

$$Q = ۱۰\pi R^{۳}P_{\circ}(\frac{۱}{۶}+\frac{۱۴\gamma}{۳P_{\circ}R}) + ۲\gamma\pi\,\mathrm{R}^{۲} + \frac{۲}{۳}P_{\circ}\pi R^{۳}$$

$$Q = \frac{۷}{۳}\pi R^{۳}P_{\circ} + \frac{۱۴۶}{۳}\pi R^{۲}\gamma$$

۶- ماخ آ) برای چرخه‌ی کارنو بازده $\xi = ۱-\frac{T_{۲}}{t_{۱}}$ است، بنابراین $۱-\frac{T_{۲}}{t_{۱}} = \frac{w}{Q}$

$$(۱)\ \mathrm{w} = \frac{t_{۱}-T_{۲}}{t_{۱}}\alpha(T_{۱}-t_{۱})$$



ب)

$$\frac{dw}{dt_{۱}} = ۰ \Rightarrow \frac{\alpha}{t_{۱}^{۲}}(T_{۱}T_{۲}-t_{۱}^{۲}) = ۰$$

$$t_{۱} = \sqrt{T_{۱}T_{۲}},\ w_{\max} = w\Big|_{t_{۱}=\sqrt{T_{۱}T_{۲}}} \Rightarrow w_{\max} = \alpha(\sqrt{T_{۱}}-\sqrt{T_{۲}})$$

ج)

$$Q_2 = Q - w$$

و از قسمت آ)

$$w = Q\frac{(t_1 - T_2)}{t_1}$$

$$(2)Q_2 = \frac{T_2}{t_1}Q \Rightarrow Q_2 = \frac{\alpha T_2(T_1 - t_1)}{t_1}$$

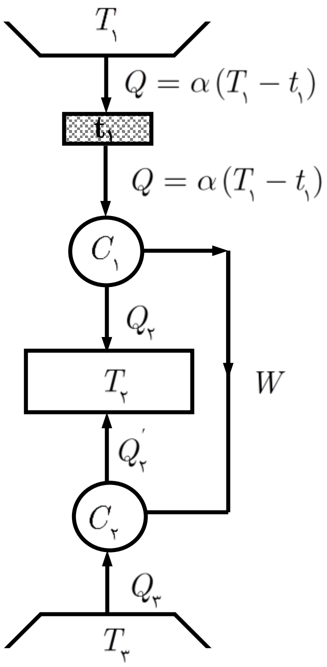
برای یخچال کارنو

$$(3)\frac{T_3}{T_2} = \frac{Q_3}{Q_2'}$$

همچنین

$$Q_2' = Q_3 + w$$

از معادله (۱)، (۳) و (۴):



$$Q_2' = \frac{\alpha T_2(t_1 - T_2)(T_1 - t_1)}{t_1(T_2 - T_3)}$$

$$Q_2 + Q_2' = \frac{\alpha T_2(T_1 - t_1)(t_1 - T_3)}{t_1(T_2 - T_3)}$$

د)

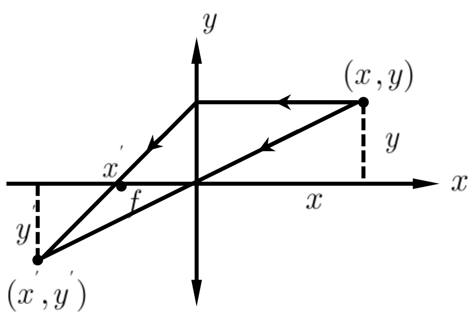
$$\frac{d(Q_2 + Q_2')}{dt_1} = 0$$

$$\frac{\alpha T_2(T_1T_3 - t_1^2)}{t_1^2(T_2 - T_3)} = 0 \Rightarrow t_1 = \sqrt{T_1T_3}$$

$$(Q_2 + Q_2')_{\max} = (Q_2 + Q_2')\Big|_{t_1 = \sqrt{T_1T_3}}$$

$$(Q_2 + Q_2')_{\max} = \frac{\alpha T_2}{T_2 - T_3}(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_3})^2$$

۷- ماخ آ)



$$\frac{1}{x} + \frac{1}{-x'} = \frac{1}{f}$$

$$(1)x' = -\frac{xf}{x - f}$$

از تشابه دو مثلث قائم‌الزاویه (یا نسبت طول جسم به طول تصویر)

$$\frac{-y'}{y} = \frac{-x'}{x} \Rightarrow y' = \frac{y}{x}x'$$

با جایگذاری x' در آن

$$(۲)\,y' = -\frac{yf}{x-f}$$

ب) به ازای $t<۰$ ذره در مسیر Ad به سمت A نزدیک می‌شود

$$Ad:\begin{cases} x=-vt+a \\ y=b \end{cases}$$

با جایگذاری در (۱) و (۲) $x' = -\frac{(a-vt)f}{a-\theta t-f} \quad ,y' = -\frac{bf}{a-vt-f}$

به ازای $۰<t<\frac{۲b}{v}$ ذره در مسیر BA به سمت B می‌رود.

$$AB:\begin{cases} x=a \\ y=b-vt \end{cases}$$

با جایگذاری در (۱) و (۲)

$$x' = \frac{-af}{a-f} \quad ,y' = -\frac{(b-vt)f}{a-f}$$

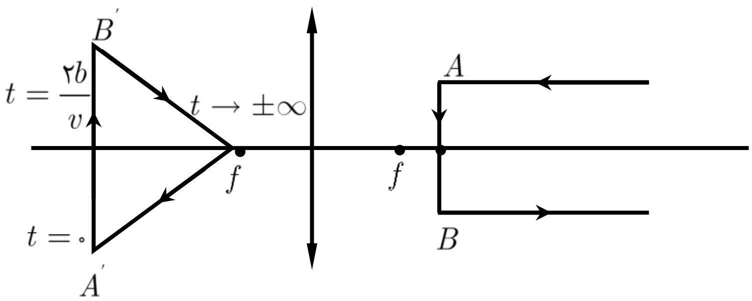
به ازای) $t>\frac{۲b}{v}$ در مسیر Bd از B دور می‌شود.

$$Bd:\begin{cases} x=a+v(t-\frac{۲b}{v}) = \mathrm{a-۲\,b+vt} \\ y=-b \end{cases}$$

پس از جایگذاری در (۱) و (۲)

$$x' = -\frac{(a-۲b+vt)f}{a-۲b+vt-f} \quad ,y' = -\frac{bf}{a-۲b+vt-f}$$

ج)



به ازای $t=۰$

$$A'(x_{A'} = \frac{-af}{a-f}, y_{A'} = \frac{-bf}{a-f})$$

به ازای $t=\frac{۲b}{v}$ $B'(x_{B'} = \frac{-af}{a-f}, y_{B'} = \frac{-bf}{a-f})$

به ازای $t\to\pm\infty$ $\mathrm{f}(x_f=-f, y_f=۰)$

د) ازمعادلات (۱) و (۲) نسبت به زمان مشتق می‌گیریم.

$$v'_x \frac{v_x f^۲}{(x-f)^۲} \quad , \quad v'_y = \frac{(v_x y - v_y x)f + v_y f^۲}{(x-f)^۲}$$

به ازای $t<۰$

$$v'_x = -\frac{vf^۲}{(a-f-vt)^۲} \quad , \quad v'_y = -\frac{bvf}{(a-f-vt)^۲}$$

به ازای $۰ < t < \frac{۲b}{v}$

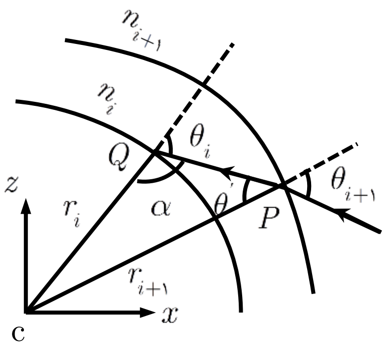
$$v'_x = ۰ \quad , \quad v'_y = -\frac{vf}{a-f}$$

به ازای $t > \frac{۲b}{v}$

$$v'_x = -\frac{vf^۲}{(a-۲b+vt-f)^۲} \quad , \quad v'_y = -\frac{bvf}{(a-۲b+vt-f)^۲}$$

$$v'_x = ۰ \quad , \quad v'_y = ۰ \quad t' \to \pm\infty$$

۸- ماخ آ) مبدأ مختصات را مرکز زمین می‌گیریم.



طبق قانون اسنل

$$(۱) n_{i+۱} \sin\theta_{i+۱} = n_i \sin\theta'$$

از طرفی در مثلث QCP از قانون سینوس داریم:

$$\frac{\sin\theta'}{r_i} = \frac{\sin\alpha}{r_{i+۱}}$$

اما $\theta_i + \alpha = \pi$، بنابراین $\sin\alpha = \sin\theta_i$ و

$$(۲) \frac{\sin\theta'}{r_i} = \frac{\sin\theta_i}{r_{i+۱}}$$

از معادله‌ی (۱) و (۲) :

$$\frac{\sin\theta_{i+۱}}{\sin\theta_i} = \frac{n_i}{n_{i+۱}} \frac{r_i}{r_{i+۱}}$$

ب) از قسمت قبل پیداست که $n_{i+۱} r_{i+۱} \sin\theta_{i+۱} = n_i r_i \sin\theta_i$

باتکرار این رابطه برای هر دو لایه مجاور یا این که، ثابت= $n_i r_i \sin\theta_i$ است تساوی را بین بیرونی‌ترین لایه‌ی جو که برای آن $n_\infty = ۱$ و زاویه‌ی ورود پرتو θ_∞ است و لایه‌ی مجاور سطح زمین که برای آن $n = n_۰$ و زاویه‌ی پرتو با خط عمود (محورz) $\theta_۰$ است می‌نویسم:

$$n_۰ R \sin\theta_۰ = n_\infty (h+R) \sin\theta_\infty$$

$$\Downarrow$$

$$\sin\theta_\infty = n_۰ \frac{R}{R+h} \sin\theta_۰$$

جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

بنام خدا

ماخ

دفترچه آزمون عملی
مرحله دوم
بیست و ششمین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۹۲

مدت آزمون (دقیقه)	تعداد سوالات	
	مساله‌های تشریحی	سوالات چند گزینه‌ای
۴۵	۱	-

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون شامل **۱ مسئله‌ی تشریحی** و وقت آن **۴۵ دقیقه** است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین‌حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز **نیست**.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سوالات این آزمون توسط **کمیته‌ی علمی ماخ** انجام شده است.

موضوع آزمایش: مغناطیس

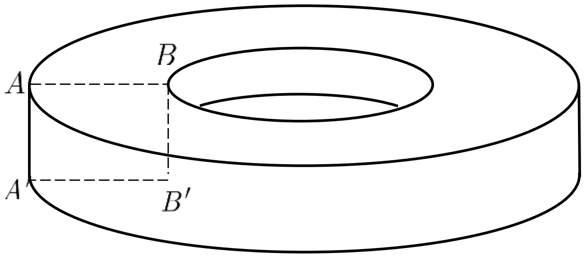
هدف آزمایش:

تعیین تعداد قطب‌های یک آهن‌ربای حلقه‌ای و رسم خطوط میدان مغناطیسی در مجاورت سطوح آن

وسایل آزمایش:

یک آهن‌ربای کوچک استوانه‌ای شکل با دو قطب مغناطیس N (سطحی که فرورفتگی دارد) و S و یک آهن‌ربای بزرگ حلقه‌ای با تعداد قطب‌های مغناطیسی بیشتر از ۲.

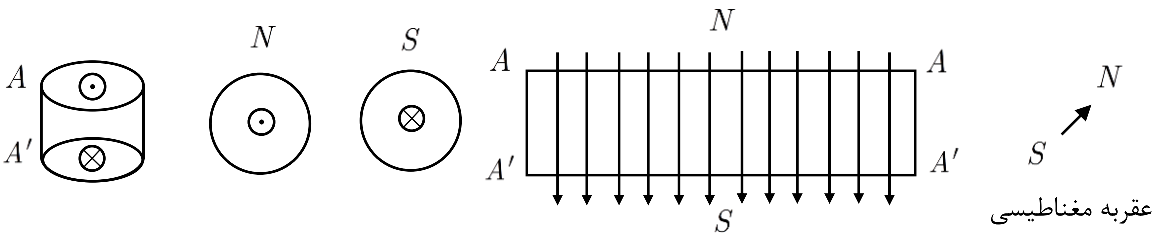
تذکر: مراقب باشید آهن‌ربای حلقه‌ای در اثر ضربه یا افتادن روی زمین نشکند زیرا آهن‌ربای دیگر به شما داده نمی‌شود.



آزمایش:

آ) با استفاده از آهن‌ربای کوچک استوانه‌ای تعداد قطب‌های آهن‌ربای حلقه‌ای را تعیین کنید و در پاسخنامه بنویسید.

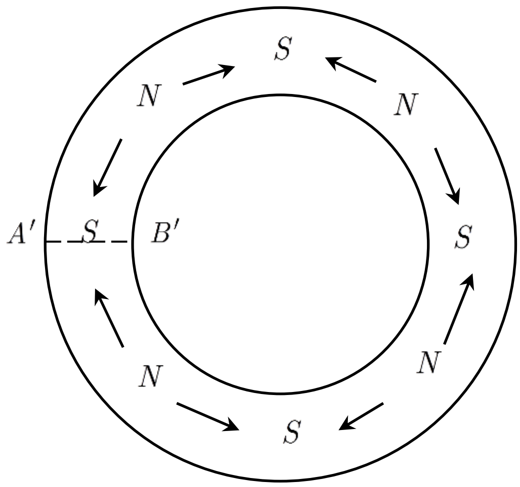
ب) سطح قاعده‌ی بالایی و پایینی آهن‌ربای حلقه‌ای و نیز سطح جانبی داخلی و خارجی آهن‌ربای حلقه‌ای که از یال BB' و AA' بریده شده و به صورت مستطیل‌های $BBB'B'$ و $AAA'A'$ در پاسخنامه رسم شده است. اگر یک عقربه‌ی مغناطیسی را در نقاط متفاوتی از سطح‌های رسم شده مذکور محل قطب‌های دستگاه (S,N) را مشخص کنید. فرض کنید در شکل مربوط به قاعده‌ی بالایی (که اختیاری است) یک قطب N بالای خطAB قرار دارد. همچنین تصویر خطوط میدان (از N به S) در صفحه‌ی هر یک از شکل‌ها را با پیکان مشخص کنید و برای خطوط میدان عمود بر هر شکل با توجه به سوی آنها (داخل یا خارج صفحه) از علامت ، ⊗ یا نقطه ، ⊙استفاده کنید. به عنوان مثال برای آهن‌ربای کوچک استوانه‌ای که سطح جانبی آن از یال AA'بریده شده و به صورت مستطیل $AAA'A'$ رسم شده نمایش قطب‌ها و خطوط میدان به صورت زیر است.



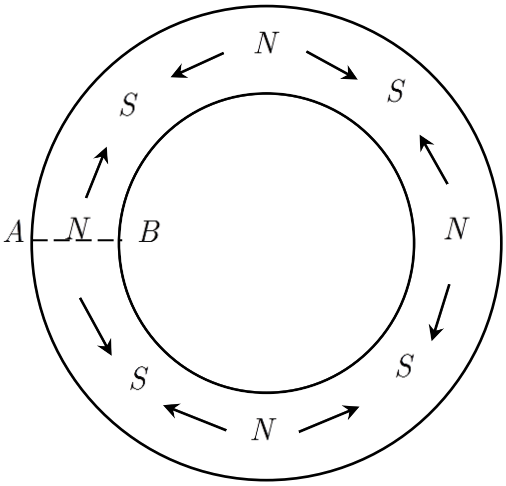
«پاسخنامه‌ی آزمون عملی»

تعداد قطب‌های آهن‌ربای حلقه‌ای =۱۶

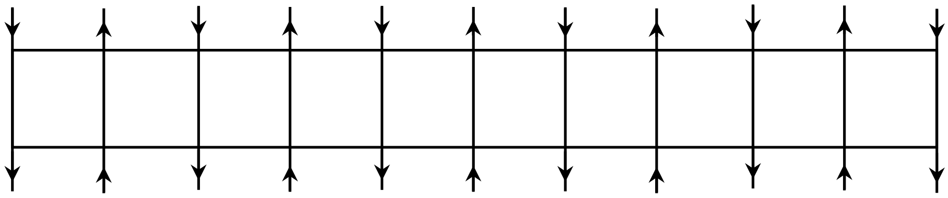
قاعده‌ی پایینی آهن‌ربای حلقه-



قاعده‌ی بالایی آهن‌ربای حلقه-



سطح جانبی داخلی آهن‌ربای حلقه‌ای از یال BB' بریده شده است.



سطح جانبی خارجی آهن‌ربای حلقه‌ای از یال AA' بریده شده است.